

PEMODELAN DAN SIMULASI SISTEM KENDALI ROTARY INVERTED PENDULUM BERBASIS MIKROKONTROLER STM32

Rafidal Muhammad^{1*}, Ferry Hadary², Bomo Wibowo Sanjaya³

^{1,2,3}Universitas Tanjungpura; Jl. Prof. Dr. Hadari Nawawi, Pontianak, Kalimantan Barat 78124; Telp. (0561) 740186

Keywords:

Rotary inverted pendulum;
STM32; LQR; Simulasi;
Sistem kendali

Correspondent Email:

d1021211109@student.untan.ac.id

Abstrak. Rotary Inverted Pendulum (RIP) merupakan sistem dinamis yang bersifat tidak stabil, nonlinear, dan *underactuated*, sehingga sering digunakan sebagai studi kasus dalam penelitian sistem kendali. Penelitian ini membahas implementasi *Linear Quadratic Regulator* (LQR) untuk stabilisasi RIP berbasis mikrokontroler STM32, tanpa mencakup proses *swing-up*. Model linear diperoleh dari hasil linearisasi persamaan gerak di sekitar titik keseimbangan tegak menggunakan metode Lagrange. Parameter sistem diukur langsung dari perangkat fisik untuk meningkatkan akurasi model. Matriks *state-feedback gain* LQR dihitung menggunakan perangkat lunak MATLAB dan diimplementasikan secara real-time pada STM32F411CEU6. Pengujian dilakukan dengan memposisikan pendulum dekat titik keseimbangan dan mengamati respon sudut lengan serta sudut pendulum. Hasil pengujian menunjukkan bahwa pengendali LQR mampu menstabilkan pendulum dalam waktu kurang dari 2 detik dengan *overshoot* minimal, dan respon yang dihasilkan sesuai dengan hasil simulasi. Perbedaan kecil pada fase transien disebabkan oleh gesekan tak terukur, keterbatasan aktuatur, dan ketidakakuratan sensor. Implementasi mengaplikasikan sistem kendali LQR secara efektif pada sistem RIP skala laboratorium dengan biaya rendah dan performa yang andal.



Copyright © [JITET](http://www.jitet.org) (Jurnal Informatika dan Teknik Elektro Terapan). This article is an open access article distributed under terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC)

Abstract. The Rotary Inverted Pendulum (RIP) is an unstable, nonlinear, and underactuated dynamic system, making it a common case study in control system research. This study presents the implementation of a *Linear Quadratic Regulator* (LQR) for stabilizing an RIP system based on an STM32 microcontroller, without including the swing-up process. The linear model was obtained by linearizing the equations of motion around the upright equilibrium point using the Lagrange method. System parameters were measured directly from the physical device to improve model accuracy. The LQR state-feedback gain matrix was calculated using MATLAB and implemented in real time on an STM32F411CEU6. The experiment was conducted by placing the pendulum near the equilibrium point and observing the arm and pendulum angle responses. The results show that the LQR controller can stabilize the pendulum in less than 2 seconds with minimal overshoot, and the experimental response closely matches the simulation results. Minor differences in the transient phase were caused by unmodeled friction, actuator limitations, and sensor inaccuracies. This implementation demonstrates that LQR can be effectively applied to a low-cost, laboratory-scale RIP system with reliable performance..

1. PENDAHULUAN

Rotary Inverted Pendulum (RIP) merupakan salah satu sistem dinamis yang memiliki karakteristik tidak stabil, nonlinear, dan *underactuated*, sehingga sering dijadikan studi kasus dalam penelitian sistem kendali [1]. Kompleksitas dinamika RIP yang meliputi permasalahan *swing-up*, stabilisasi, dan *tracking* menjadikannya media yang tepat untuk menguji berbagai algoritma [2], [3]. Pengendali yang telah diimplementasikan yakni mulai dari pengendali linear seperti Proportional-Integral-Derivative (PID) hingga pengendali optimal seperti Linear Quadratic Regulator (LQR), serta pendekatan non-linear seperti *sliding mode control*, *energy-based control*, dan metode berbasis kecerdasan buatan [4], [5], [6].

Penelitian sebelumnya umumnya menggabungkan proses *swing-up* dan stabilisasi dalam satu implementasi. Sebagai contoh, metode Energy-Based Control (EBC) mampu melakukan *swing-up* dalam waktu sekitar 3 detik, sedangkan *Neural Network Control* berbasis EBC dapat memperbaiki waktu tersebut menjadi 2,8 detik [7], [8]. Pendekatan *sliding mode control* bahkan dapat mencapai waktu *swing-up* 1,53 detik [9]. Namun, pada banyak studi, fokus pengujian stabilisasi hanya menjadi bagian kecil dari keseluruhan sistem, dan jarang dibahas secara mendalam pada implementasi berbasis mikrokontroler berbiaya rendah.

Selain itu, sebagian penelitian terdahulu menggunakan platform komputasi berperforma tinggi seperti PC atau *embedded system* khusus, yang tidak merepresentasikan keterbatasan perangkat keras skala laboratorium pendidikan [10]. Padahal, analisis performa pengendali pada sistem dengan sumber daya terbatas penting untuk mengevaluasi kelayakan penerapan di lingkungan nyata.

Penelitian ini bertujuan mengimplementasikan pengendali LQR untuk stabilisasi RIP pada posisi tegak menggunakan mikrokontroler STM32F411CEU6. Model linear sistem diperoleh melalui linearisasi persamaan gerak di sekitar titik keseimbangan tegak, dan matriks *state-feedback gain* dihitung menggunakan MATLAB. Pengujian dilakukan dengan memposisikan pendulum dekat titik keseimbangan, kemudian menganalisis respon

sudut lengan dan pendulum pada implementasi fisik dibandingkan dengan hasil simulasi.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Rotary Inverted Pendulum

Rotary Inverted Pendulum (RIP) adalah sistem pendulum dengan sumbu putar horizontal yang digerakkan oleh motor, di mana pendulum dipasang pada ujung lengan berputar. Sistem ini bersifat *nonlinear*, tidak stabil, dan *underactuated*, sehingga banyak digunakan sebagai studi kasus dalam riset kendali [11], [12], [13]. Aplikasi konsep RIP dapat ditemukan pada keseimbangan robot bipedal, *segway*, sistem peredam bangunan, hingga kendali sudut roket [1].

2.2. Pemodelan Sistem Dinamis

Pemodelan matematis diperlukan untuk memahami karakteristik dinamis RIP dan menjadi dasar perancangan pengendali. Metode Lagrange sering digunakan untuk menurunkan persamaan gerak karena mampu menangani sistem multi-variabel dengan energi kinetik dan energi potensial sebagai dasar perumusan [14], [15]. Setelah model nonlinear diperoleh, linearisasi dilakukan di sekitar titik keseimbangan menggunakan deret Taylor untuk memudahkan analisis dan perancangan kendali pada domain linear.

2.3. Representasi Ruang Keadaan

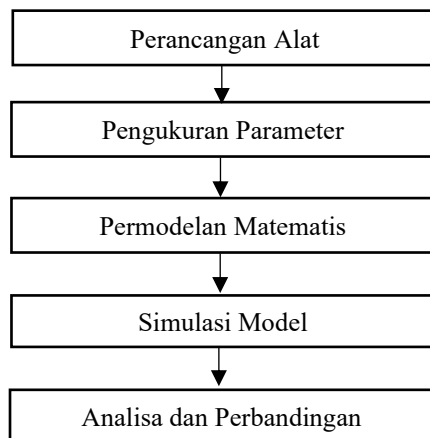
Model linear RIP dapat direpresentasikan dalam bentuk ruang keadaan (*state-space*) yang terdiri dari matriks A, B, C, dan D. Representasi ini memudahkan analisis kestabilan, keterkendalian (*controllability*), dan keteramatan (*observability*) sistem [15].

2.4. Penelitian Terdahulu

Beberapa penelitian sebelumnya telah memodelkan RIP untuk keperluan kendali. Metode Energy-Based Control mampu melakukan *swing-up* dalam ± 3 detik [10], *Neural Network Control* berbasis EBC meningkatkan performa menjadi 2,8 detik [11], dan *sliding mode control* mencapai 1,53 detik [12]. Namun, sebagian besar penelitian menggunakan parameter teoritis atau spesifikasi pabrikan. Penelitian ini mengisi celah tersebut dengan melakukan pemodelan berbasis parameter hasil pengukuran langsung dari perangkat fisik, sehingga model yang diperoleh lebih representatif terhadap sistem nyata.

3. METODE PENELITIAN

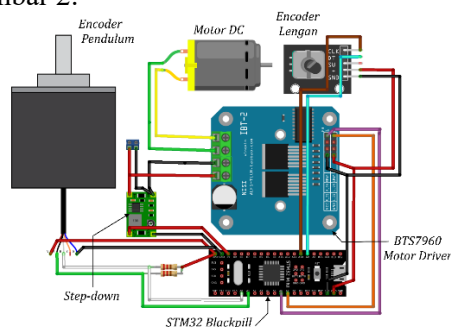
Penelitian ini dilakukan untuk memodelkan sistem Rotary Inverted Pendulum (RIP) berbasis mikrokontroler STM32, mulai dari pengukuran parameter fisik hingga verifikasi melalui simulasi. Gambar 1 di bawah ini menunjukkan alur penelitian yang dilaksanakan.



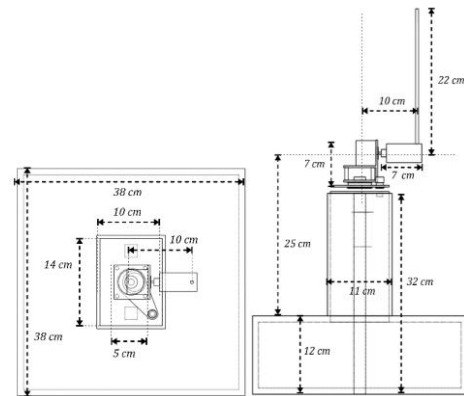
gambar 1. Alur penelitian

3.1. Perancangan Perangkat

Perangkat RIP terdiri dari mikrokontroler STM32F411CEU6 sebagai pengolah data, motor DC dengan driver BTS7960 sebagai aktuator, rotary encoder beresolusi 1000 PPR pada pendulum dan 22 PPR pada lengan untuk mengukur sudut lengan, serta catu daya 12V 3A. Spesifikasi komponen digunakan sebagai referensi awal sebelum dilakukan pengukuran parameter aktual dengan rancangan seperti pada Gambar 2.



gambar 2. perkabelan sistem



gambar 3. rancangan sistem

3.2. Pengukuran Parameter Sistem

Parameter mekanik seperti pada Gambar 3 diukur meliputi massa, panjang, dan momen inersia lengan dan pendulum, serta koefisien gesek pada masing-masing poros. Parameter elektrik yang diukur meliputi konstanta torsi motor (K_t), konstanta gaya gerak listrik (K_g), resistansi kumparan motor (R), dan pengali sinyal motor (K_u). Pengukuran dilakukan dengan metode eksperimental dan perhitungan mekanika dasar.

tabel 1. Parameter sistem

Parameter	Nilai
Sudut lengan (θ_1)	(variabel sistem)
Kecepatan sudut lengan ($\dot{\theta}_1$)	(variabel sistem)
Sudut pendulum (θ_2)	(variabel sistem)
Kecepatan sudut pendulum ($\dot{\theta}_2$)	(variabel sistem)
Massa encoder & case (m_0)	0.1675 kg
Massa lengan (m_1)	0.0225 kg
Massa pendulum (m_2)	0.0235 kg
Jarak lengan (L_1)	0.10 m
Jarak pendulum (L_2)	0.225 m
Jarak titik tengah lengan (l_1)	0.05 m
Jarak titik tengah pendulum (l_2)	0.1125 m
Momen inersia lengan (J_1)	0.00041289 kgm ²
Momen inersia pendulum (J_2)	0.00037682 kgm ²
Koefisien gesek lengan (C_1)	0.008 kgm ² /s
Koefisien gesek pendulum (C_2)	0.00006 kgm ² /s
Percepatan gravitasi (g)	9.79 m/s ²
Konstanta torsi motor (K_t)	1.54 Nm/A
Gaya gerak listrik (K_g)	0.0373 Vs/rad
Pengali sinyal motor (K_u)	0.0001831 V/unit
Resistansi kumparan motor (R)	10.91 Ohm

3.3. Pemodelan Matematis

Pemodelan dilakukan menggunakan metode Lagrange dengan mempertimbangkan energi kinetik dan energi potensial sistem untuk memperoleh persamaan gerak nonlinear. Persamaan kemudian dilinearisasi di sekitar titik keseimbangan tegak (*upright position*) menggunakan pendekatan deret Taylor,

menghasilkan persamaan matematis seperti pada persamaan (3) dan (4) di bawah.

$$T = E_{kr1} + E_{kr2} + E_{k12}; V = E_{p2} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2 C_2 = & -\ddot{\theta}_1 (m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2) + \\ & \ddot{\theta}_2 (J_2 + m_2 l_2^2) - \\ \dot{\theta}_1 \left(\frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_1 \sin 2\theta_2 \right) & - m_2 g l_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$0 \approx J_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 L_1^2 \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_2 - \frac{K_t K_u}{R} u + \left(\frac{K_t K_g}{R} + C_1 \right) \dot{\theta}_1 \quad (3)$$

$$0 \approx \ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 + \ddot{\theta}_2 (J_2 + m_2 l_2^2) - m_2 g l_2 \theta_2 - \dot{\theta}_2 C_2 \quad (4)$$

Model linear direpresentasikan ke dalam bentuk ruang keadaan (*state-space*) dengan matriks A, B, C, dan D yang menggambarkan hubungan antara variabel keadaan, masukan, dan keluaran sistem. Pertama yakni dengan mendefinisikan variabel sudut lengan (θ_1), sudut pendulum (θ_2), kecepatan lengan ($\dot{\theta}_1$), dan kecepatan sudut pendulum ($\dot{\theta}_2$) sebagai variabel keadaan yakni x_1 hingga x_4 seperti pada persamaan (5).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Kemudian dari persamaan (3) dan (4) dapat disubstitusikan hingga dapat nilai matriks keadaan pada persamaan (6) dan matriks masukan (7). Representasi ini digunakan untuk analisis dan simulasi pada MATLAB.

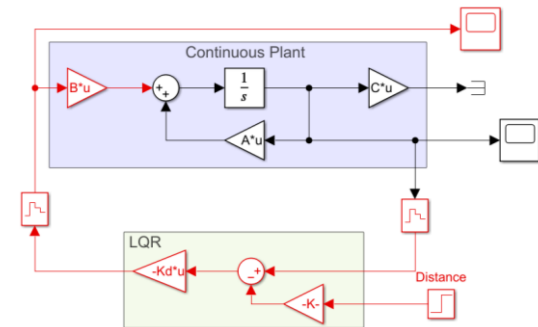
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 13.50 & -17.65 & -0.261 \\ 0 & 33.09 & 6.921 & -0.639 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0347 \\ -0.0136 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.4. Simulasi Model

Simulasi dilakukan pada MATLAB untuk memverifikasi respon sistem berdasarkan parameter yang telah diukur. Respon sudut lengan dan pendulum dianalisis untuk menentukan nilai kendali umpan balik menggunakan LQR yang akan

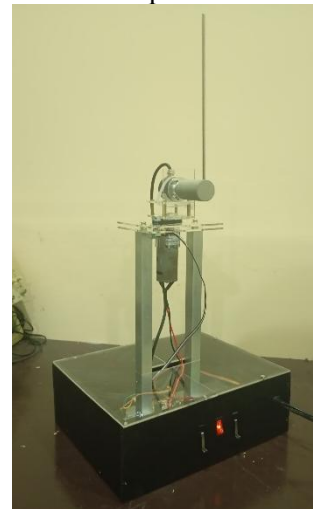
diimplementasikan. Simulasi dilakukan pada model seperti pada Gambar 4 berikut.



gambar 4. skema model sistem

3.5. Implementasi kendali pada sistem

Hasil simulasi sistem kendali posisi *inverted* pendulum diimplementasikan pada alat yang telah dibangun. Gambar 5 di bawah menunjukkan hasil implementasi sistem.



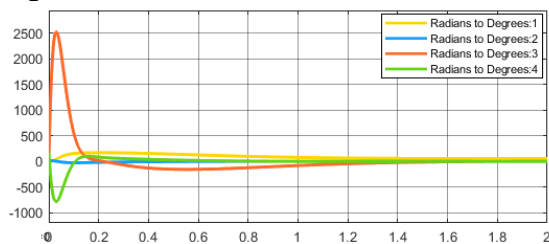
gambar 5. Implementasi pada sistem asli

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Hasil Simulasi

Simulasi pengendali LQR dilakukan pada model linear Rotary Inverted Pendulum yang telah diperoleh melalui linearisasi persamaan gerak di sekitar titik keseimbangan tegak. Parameter pengendali dihitung menggunakan metode *state-feedback gain* pada MATLAB dengan mempertimbangkan bobot matriks Q dan R untuk meminimalkan kesalahan sudut dan konsumsi energi aktuasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pengendali LQR mampu menstabilkan pendulum pada posisi tegak dalam waktu kurang dari 2 detik, dengan *overshoot* minimal dan *steady-state error* mendekati nol. Sudut lengan juga terkendali

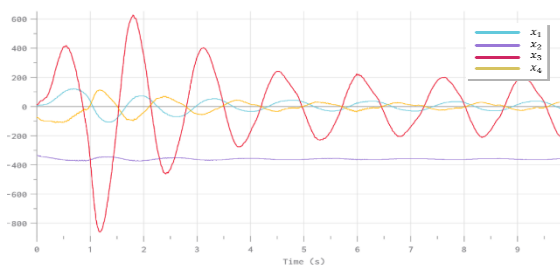
dengan baik, tanpa menunjukkan osilasi signifikan.



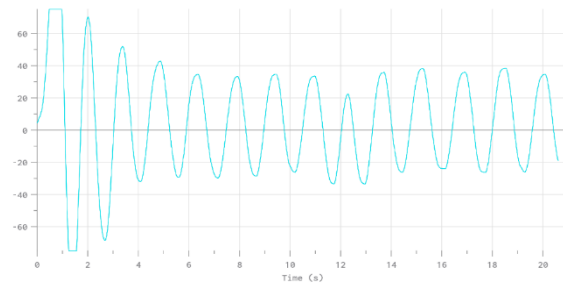
4.2. Perbandingan dengan Implementasi Fisik

Pengendali LQR diimplementasikan secara real-time pada mikrokontroler STM32F411CEU6. Sinyal umpan balik diperoleh dari dua rotary encoder beresolusi tinggi, masing-masing untuk pendulum dan lengan. Pengujian dilakukan dengan memposisikan pendulum dekat posisi tegak awal, kemudian memberikan masukan pengendali LQR sesuai matriks gain hasil perancangan. Hasil pengujian menunjukkan bahwa sistem mampu mencapai kestabilan dalam waktu serupa dengan simulasi, meskipun terdapat perbedaan pada hasil grafik sistem yang diperoleh menggunakan komunikasi serial.

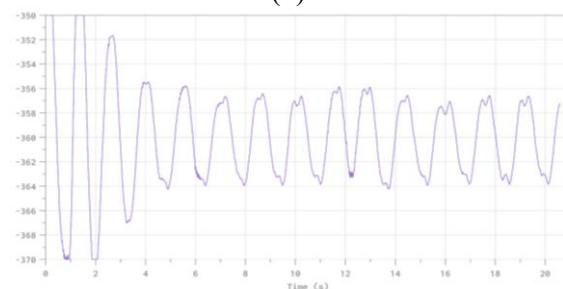
Variabel yang ingin dikendalikan yakni sudut lengan (x_1) dan sudut pendulum (x_2) terlihat cukup stabil. Dinamika kestabilan di posisi *inverted* yang bersifat sangat tidak stabil berhasil distabilkan dan berada pada nilai konstan yakni berkisar 360° (atau 0° tergantung arah putar) dengan *steady-state error* kurang dari 5° . Kestabilan variabel sudut pendulum sangat dipengaruhi oleh perpindahan posisi sudut lengan pendulum atau x_1 . Sehingga untuk menstabilkan variabel x_2 maka variabel x_1 yang lebih stabil perlu menyesuaikan sehingga terjadi osilasi. Nilai x_1 yang seharusnya bernilai 0° , memiliki nilai *steady-state error* sebesar 40° seperti ditunjukkan oleh beberapa percobaan pada gambar di bawah.



(a)



(b)



(c)

gambar 6. Respon sistem kendali RIP (a) semua variabel; (b) x_1 ; (c) x_2

4.3. Analisa

Secara umum, bentuk respon sudut pendulum dan sudut lengan pada implementasi fisik sesuai dengan prediksi simulasi. Perbedaan kecil pada fase transien disebabkan oleh gesekan tak terukur, keterlambatan pembacaan sensor, dan keterbatasan torsi motor. Meskipun demikian, pengendali LQR terbukti efektif menjaga kestabilan sistem RIP dengan waktu pemulihan cepat dan kebutuhan aktuasi yang relatif rendah.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

- Hasil simulasi menunjukkan bahwa LQR mampu menstabilkan pendulum pada posisi tegak dalam waktu kurang dari 2 detik dengan *overshoot* minimal dan *steady-state error* mendekati nol.
- Implementasi pada perangkat fisik menghasilkan respon yang serupa dengan simulasi, meskipun terdapat sedikit perbedaan pada fase transien akibat gesekan tak terukur, keterlambatan pembacaan sensor, dan keterbatasan torsi motor.
- Pengendali LQR terbukti efektif, andal, dan hemat sumber daya untuk diaplikasikan

pada sistem RIP skala laboratorium dengan biaya rendah.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Laboratorium Kendali Digital dan Komputasi, Fakultas Teknik, Universitas Tanjungpura yang telah memberikan bantuan berupa fasilitas dan perlengkapan selama penelitian berlangsung.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Z. Ben Hazem and Z. Bingul, "Comprehensive Review of Different Pendulum Structures in Engineering Applications," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 42862–42880, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3269580.
- [2] T. V. A. Nguyen, M. S. Phan, and Q. T. Dao, "Integrating Disturbance Handling into Control Strategies for Swing-up and Stabilization of Rotary Inverted Pendulum," *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 7–16, Mar. 2025, doi: 10.14313/jamris-2025-002.
- [3] Z. Shakor Mahmood, I. Burhan Kadhim, and A. Najdet Nasret, "Design of rotary inverted pendulum swinging-up and stabilizing," *Periodicals of Engineering and Natural Sciences Methodology/Method*, vol. 9, no. 4, pp. 913–920, 2021.
- [4] L. Thl *et al.*, "Cascade Pid-Lqr Control Strategy For Nonlinear Flexible Inverted Pendulum System," *Robotica & Management*, Feb. 2024.
- [5] E. Shala, X. Bajrami, R. Likaj, and A. Pajaziti, "Real Time Swinging and Stabilizing a Double Inverted Pendulum Using PID-LQR," *Strojnický Casopis*, vol. 73, no. 1, pp. 159–168, May 2023, doi: 10.2478/scjme-2023-0013.
- [6] M. S. Aslam and Y. Zhao, "LQR-Based PID Controller with Variable Load Tuned with Data-Driven Methods for Double Inverted Pendulum," *Soft comput.*, pp. 353–338, Oct. 2022, doi: 10.21203/rs.3.rs-2116770/v1.
- [7] D. Dat Tran, B. H. Nguyen, B. Q. Mai, and D.-A.-Q. Nguyen, "Pso-Optimized Lqr And Energy-Based Swing-Up Control For Reaction Wheel Inverted Pendulum," *Robotica & Management*, vol. 29, Feb. 2024.
- [8] D.-B. Pham, Q.-T. Dao, and T.-V.-A. Nguyen, "Effective Control Strategies for Rotary Inverted Pendulum System: Energy-Based, Linear Quadratic Regulator, and Hierarchical Sliding Mode Control Techniques," *JST: Smart Systems and Devices*, vol. 33, no. 3, pp. 65–73, Sep. 2023, doi: 10.51316/jst.168.ssad.2023.33.3.9.
- [9] A. Nagarajan and A. A. Victoire, "Optimization Reinforced PID-Sliding Mode Controller for Rotary Inverted Pendulum," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 24420–24430, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3254591.
- [10] S. Israilov *et al.*, "Reinforcement learning approach to control an inverted pendulum: A general framework for educational purposes," *PLoS One*, vol. 18, no. 2 February, Feb. 2023, doi: 10.1371/journal.pone.0280071.
- [11] S. Mahamud, "Embedded Control of a Rotary Inverted Pendulum," Aalto University, 2024.
- [12] N. Cherrat, H. Boubertakh, H. Arioui, and R. Fellag, "Experimental Study of Swing-Up PD and Sliding Mode Control for Rotary Inverted Pendulum," in *ICAEE 2024 - International Conference on Advanced Electrical Engineering 2024*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2024, doi: 10.1109/ICAEE61760.2024.10783221.
- [13] R. Hernandez, R. Garcia-Hernandez, and F. Jurado, "Modeling, Simulation, and Control of a Rotary Inverted Pendulum: A Reinforcement Learning-Based Control Approach," *Modelling*, vol. 5, no. 4, pp. 1824–1852, Dec. 2024, doi: 10.3390/modelling5040095.
- [14] D. B. Kim, N. P. Nguyen, and J. Moon, "Neural-Network based Swing-up and Stabilization Control of Rotary Inverted Pendulum Systems," in *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier B.V., Jul. 2023, pp. 10953–10958, doi: 10.1016/j.ifacol.2023.10.788.
- [15] M. F. Hamza, J. K. Adamu, and A. I. Isa, "Euler-Lagrange Based Dynamic Model of Double Rotary Inverted Pendulum," 2021, pp. 419–434, doi: 10.1007/978-981-15-5281-6_29.